

Matematyka 1

wymagania edukacyjne

Zakres podstawowy



POZIOMY WYMAGAŃ

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające (W). Poszczególnym poziomom wymagań w sposób naturalny można przyporządkować następujące oceny:

2 – dopuszczający

3 – dostateczny

4 – dobry

5 – bardzo dobry

6 – celujący

Ilustrujemy to w tabeli:

			2	Wymagania konieczne	K
			3	Wymagania podstawowe zawierają wymagania z poziomu (K)	K⊂P
			4	Wymagania rozszerzające zawierają wymagania z poziomów (K) i (P)	K⊂P⊂R
			5	Wymagania dopełniające zawierają wymagania z poziomów (K), (P) i (R)	K⊂P⊂R⊂D
			6	Wymagania wykraczające zawierają wymagania z poziomów (K), (P), (R) i (D)	K⊂P⊂R⊂D⊂W

Przyporządkowując określone treści wymienionym kategoriom, kierowaliśmy się zasadami określonymi przez prof. B. Niemierkę w jego teorii pomiaru dydaktycznego.

Wymagania **konieczne** są najłatwiejsze, najczęściej stosowane i niewymagające modyfikacji. Stanowią podstawę dalszego kształcenia, więc powinny być opanowane przez każdego ucznia.

Wymagania **podstawowe** są przystępne i uniwersalne, niezbędne na danym etapie kształcenia, często bezpośrednio użyteczne życiowo.

Wymagania **rozszerzające** są umiarkowanie przystępne, bardziej złożone i mniej przydatne, ale nie niezbędne na danym etapie kształcenia.

Wymagania **dopełniające** są trudne, złożone i nietypowe, wyspecjalizowane i zwykle bez bezpośredniej użyteczności pozaszkolnej.

Wymagania **wykraczające** są szczególnie trudne, złożone i oryginalne, twórcze naukowo i wąsko specjalistyczne.

LICZBY RZECZYWISTE

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- przedstawiać liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętny okresowy, z użyciem symboli pierwiastków, potęg)
- zamieniać ułamek zwykły na ułamek dziesiętny
- podać przykłady liczb niewymiernych
- podać przybliżenie dziesiętne liczby (np. korzystając z kalkulatora) z zadaną dokładnością
- porównać liczby wymierne
- porównać liczby rzeczywiste (np. korzystając z kalkulatora)
- stosować kolejność działań w zbiorze liczb rzeczywistych
- oszacować wartość wyrażenia liczbowego
- przekształcić proste wyrażenia algebraiczne
- stosować wzory skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$
- rozwiązać równanie i nierówność pierwszego stopnia z jedną niewiadomą
- sprawdzić, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania, nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą
- ułożyć równanie lub nierówność do zależności opisanej słownie
- rozwiązać układ nierówności pierwszego stopnia i zapisać wynik w postaci przedziału liczbowego
- zaznaczyć przedziały liczbowe na osi liczbowej
- wskazać różnicę między definicją pierwiastka stopnia parzystego a definicją pierwiastka stopnia nieparzystego
- wykonać działania na pierwiastkach
- stosować prawa działań na pierwiastkach
- wyłączać czynnik spod pierwiastka
- włączać czynnik pod pierwiastek
- usuwać niewymierność w wyrażeniu typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
- obliczyć $p\%$ danej wielkości w
- obliczyć wielkość w , gdy dany jest jej procent
- obliczyć, jakim procentem wielkości w jest wielkość a

- wykonać w pamięci proste obliczenia typu: o 50% więcej niż 10, o 200% więcej niż 15, o 20% mniej niż 50 itp.
- obliczyć wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
- obliczyć odległość dwóch liczb na osi liczbowej
- obliczyć błąd bezwzględny i względny przybliżenia

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- zamienić ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
- odróżnić liczbę wymierną od niewymiernej
- usuwać niewymierność w mianowniku wyrażenia typu: $\frac{d}{a+b\sqrt{c}}$
- rozwiązać zadanie tekstowe wymagające zastosowania pierwiastków wyższych stopni
- porównać pierwiastki (bez stosowania kalkulatora)
- obliczyć, o ile procent wielkość a jest większa (mniejsza) od wielkości b
- swobodnie operować pojęciem punktu procentowego
- krytycznie czytać teksty zawierające i komentujące dane procentowe
- rozwiązać złożone zadania tekstowe prowadzące do równania (układu równań) z wykorzystaniem obliczeń procentowych
- przeprowadzić proste badanie statystyczne, opracować i zaprezentować jego wyniki
- ocenić dokładność zastosowanego przybliżenia

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- sklasyfikować podzbiory zbioru liczb rzeczywistych ze względu na wykonalność działań
- udowodnić niewymierność przykładowych liczb
- wykazać, że jeżeli liczba jest wymierna, to ma rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe i odwrotnie
- uzasadnić prawa działań na potęgach i pierwiastkach
- rozwiązywać zadania dotyczące procentów typu: ”pewna wielkość wzrosła o $p\%$; oblicz o ile % należy ją zmniejszyć, aby powróciła do poziomu wyjściowego”

PLANIMETRIA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- określić wzajemne położenie dwóch okręgów
- określić wzajemne położenie okręgu i prostej
- korzystać z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych
- wskazać kąty środkowe i wpisane oparte na danych łukach
- zastosować twierdzenie o zależności między kątem środkowym, kątami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą (wyznaczonymi przez ten sam łuk)
- rozpoznać trójkąty podobne i wykorzystać (także w kontekście praktycznym) cechy podobieństwa trójkątów
- poprawnie zapisać proporcje boków w trójkątach podobnych
- korzystać z twierdzenia Pitagorasa oraz związków miarowych w trójkącie prostokątnym
- obliczyć długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa
- oszacować rzeczywistą odległość między punktami, znając odległość między tymi punktami na mapie i skalę mapy
- zastosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
- wyznaczyć wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach od 0° do 180°
- obliczyć długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dany jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych
- podać wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30° , 60° i 45°
- korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora)
- obliczyć miarę kąta ostrego, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo - korzystając z tablic lub kalkulatora - przybliżoną)
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$,
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ oraz $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- znając wartość funkcji trygonometrycznej sinus lub kosinus kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokatnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi

- udowodnić prostą tożsamość trygonometryczną

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- udowodnić twierdzenie o odcinkach stycznych
- stosować zależności między katami środkowymi i wpisnymi w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
- wyprowadzić związki miarowe w trójkącie prostokątnym
- skonstruować odcinek o długości równej średniej geometrycznej dwóch danych odcinków
- stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
- swobodnie operować skalą map
- udowodnić tożsamość trygonometryczną wymagającą przekształcenia wyrażeń wymiernych
- rozwiązać zadanie wymagające zastosowania związku między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość $\sin \alpha + \cos \alpha$, obliczyć $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- rozwiązać wieloetapowe zadania geometryczne wymagające zapisania związków między potrzebnymi wielkościami w postaci układu równań (np. 3 zmiennych) i rozwiązania go
- wyznaczyć pole i obwód figury ograniczonej łukami okręgów
- rozwiązać niestandardowe zadania geometryczne wymagające np. poprowadzenia na rysunku dodatkowych odcinków i dostrzeżenia trójkątów podobnych
- udowodnić wzory redukcyjne dla kąta rozwartego

FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznać funkcje wśród przyporządkowań
- podać przykłady zależności funkcyjnych w otaczającej nas rzeczywistości
- określać funkcje na różne sposoby (diagram, tabela, wzór, wykres, opis słowny)
- obliczyć wartości funkcji dla różnych argumentów
- wyznaczyć dziedzinę funkcji na podstawie diagramu, tabeli, opisu słownego
- wyznaczyć, w prostych przypadkach, dziedzinę na podstawie wzoru funkcji

- znaleźć, w prostych przypadkach, zbiór wartości funkcji o danej dziedzinie i wzorze
- swobodnie operować układem współrzędnych
- rozpoznać wykresy funkcji wśród krzywych
- sporządzić wykresy funkcji o kilkuelementowej dziedzinie
- na podstawie wykresu funkcji odczytać jej dziedzinę
- na podstawie wykresu funkcji odczytać zbiór jej wartości
- na podstawie wykresu funkcji wskazać największą wartość funkcji i najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale)
- na podstawie wykresu funkcji odczytać jej miejsca zerowe
- znajdować miejsca zerowe funkcji w przypadku, gdy prowadzi to do rozwiązywania równań liniowych
- posługując się poznanymi metodami rozwiązywania równań, obliczać, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość
- na podstawie wykresu funkcji określić liczbę rozwiązań równania $f(x)=m$ dla ustalonej wartości m
- odczytać z wykresu funkcji rozwiązania nierówności: $f(x)>m$, $f(x)\leq m$ dla ustalonej wartości m (w szczególności dla $m=0$)
- określić przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu
- narysować wykres funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a ,
- przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi x zgodnie ze wzorem $y = f(x - a)$
- przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi y zgodnie ze wzorem $y = f(x) + b$
- narysować wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$
- szkicować wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego a , korzystać ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi
- przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi x zgodnie z podanym wzorem $y = f(x - a)$
- przesunąć wykres funkcji wzdłuż osi y zgodnie z podanym wzorem $y = f(x) + b$
- przekształcić wykres funkcji przez symetrię względem osi y zgodnie z podanym wzorem $y = -f(x)$
- przekształcić wykres funkcji przez symetrię względem osi x zgodnie z podanym wzorem $y = f(-x)$

- narysować wykres funkcji $y = f(x - a) + b$, mając dany wykres albo wzór funkcji $y = f(x)$
- na podstawie podanego wzoru funkcji (w prostych przypadkach) odczytać i zapisać ten wzór w postaci $y = f(x - a) + b$.
- podać własności funkcji $y = f(x - a) + b$, $y = -f(x)$ i $y = f(-x)$ na podstawie odpowiednich własności funkcji $y = f(x)$

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- wyznaczyć zbiór wartości funkcji zdefiniowanych w bardziej złożony sposób
- znaleźć na podstawie zadania tekstowego zależność funkcyjną między dwiema wielkościami i wyznaczyć dziedzinę otrzymanej funkcji
- narysować wykres funkcji na podstawie wykonanych pomiarów różnych zjawisk
- na podstawie wykresu funkcji określić liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości m
- narysować wykres funkcji $y = f(x - a) + b$, mając dany wykres funkcji $y = f(x)$
- uzasadnić, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
- odczytać z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$
- zaprojektować wykresy funkcji o zadanych własnościach
- korzystać ze wzoru i wykresu funkcji $f(x) = a/x$ do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi
- składać (w prostych przypadkach) symetrie i przesunięcia wykresów funkcji

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- uzasadnić, że funkcja np. rosnąca na dwóch przedziałach liczbowych nie musi być rosnąca na sumie tych przedziałów
- uzasadniać z definicji monotoniczność funkcji
- dobierać parametr we wzorze funkcji tak, by miała ona określone własności
- swobodnie składać przesunięcia równoległe wykresu funkcji z symetriami

FUNKCJA LINIOWA

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- rozpoznać wielkości wprost proporcjonalne
- podać zależność funkcyjną między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym
- narysować wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru i omówić jej własności
- podać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu
- interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej
- rozstrzygnąć, czy układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny
- rozwiązać układ równań metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników
- podać interpretację graficzną danego układu równań liniowych
- wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty
- sprawdzić współliniowość punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej
- sprawdzić rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej
- wyznaczyć równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;
- wyznaczyć równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- przeanalizować, jak – w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej – zmieniają się jej własności
- rozwiązać zadanie tekstowe prowadzące do układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi
- rozwiązać zadanie parametrem dotyczące równoległości lub prostopadłości wykresów funkcji liniowych
- rozwiązać zadanie z parametrem dotyczące układów równań liniowych

Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:

- uzasadnić na podstawie definicji rodzaj monotoniczności funkcji liniowej

- przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
- przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań układu dwóch równań liniowych z parametrem
- rozwiązać układ co najmniej trzech równań liniowych