

Agnieszka Kamińska  
Dorota Ponczek

Wymagania edukacyjne  
MATeMATyka 2  
Zakres podstawowy  
i rozszerzony



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.  
Warszawa 2020

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym. Nauczyciel, określając te poziomy, powinien zatem sprecyzować, czy opanowania pewnych umiejętności lub wiedzy będzie wymagał na ocenę dopuszczającą (2), dostateczną (3), dobrą (4), bardzo dobrą (5) lub celującą (6).

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

|                     |   |  |
|---------------------|---|--|
| ocena dopuszczająca | – | wymagania na poziomie (K)                      |
| ocena dostateczna   | – | wymagania na poziomie (K) i (P)                |
| ocena dobra         | – | wymagania na poziomie (K), (P) i (R)           |
| ocena bardzo dobra  | – | wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)      |
| ocena celująca      | – | wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W) |

Podział ten należy traktować jedynie jako propozycję. Poniżej przedstawiamy wymagania dla zakresu rozszerzonego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych, a także rozszerzających i dopełniających pozwoli nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

**Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową.

## 1. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|   |
|---|
| • rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory   |
| • wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość  |
| • przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki   |
| • rozwiązuje nierówności kwadratowe   |
| • zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych  |
| • rozwiązuje równania dwukwadratowe   |
| • rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania |
| • rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania                    |
| • stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego       |
| • stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych  |

|  |
|--|
| przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki</li> </ul> |

### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej</li> </ul>                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory Viète'a</li> </ul>   |

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem</li> </ul> |
|---|

## 2. WIELOMIANY

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników</li> </ul>                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu</li> </ul>           |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego</li> </ul>                                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na sześciang sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciangów</li> </ul>                                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias</li> </ul>          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równania wielomianowe</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math></li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje wielomian w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r</math></li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach</li> </ul>                                   |

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> bez wykonywania dzielenia</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych</li> </ul>                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej</li> </ul>                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność</li> </ul>                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu</li> </ul>                      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach</li> </ul>                 |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li> </ul>  |

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa stopień wielomianu w zależności od parametru</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza sumę współczynników wielomianu</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory <math>a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)</math> oraz <math>a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})</math></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory <math>a^3 \pm b^3</math> do usuwania niewymierności z mianownika</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r(x)</math></li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian <math>(x - p)(x - q)</math> bez wykonywania dzielenia</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math>, stosując schemat Hornera</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach</li> </ul>                            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach</li> </ul>                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę</li> </ul>  |

powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
|--|
| • stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń  |
| • rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego |
| • stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności   |
| • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu                         |
| • przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku                    |

## 3. FUNKCJE WYMIERNE

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
|--|
| • szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$ , i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)                                 |
| • przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ , gdzie $a \neq 0$ , o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu   |
| • podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ , gdzie $a \neq 0$ , aby otrzymać wykres $y = \frac{a}{x-p} + q$ w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$ |
| • dobiera wzór funkcji do jej wykresu  |
| • przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach   |
| • wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej   |
| • wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego   |
| • oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej   |
| • upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne  |
| • wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia   |
| • rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia  |
| • rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach  |
| • wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej   |
| • stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach   |
| • wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych   |

### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|   |
|---|
| • wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem |
| • przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej                           |
| • szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych          |

|   |
|---|
| przypadkach   |
| • wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki  |
| • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej  |
| • wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku   |
| • szkicuje wykresy funkcji $y =  f(x) $ , $y = f( x )$ , $y =  f( x ) $ , gdzie $f$ jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności       |
| • wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach |
| • mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia   |
| • przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną                                  |
| • rozwiązuje równania i nierówności wymierne  |
| • znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej  |
| • rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne   |
| • rozwiązuje układy nierówności wymiernych  |
| • wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem  |
| • wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań  |
| • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej   |
| • stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach                        |
| • zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki  |
| • rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem             |

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
|--|
| • przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności |
| • stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań   |
| • wyznacza liczbę rozwiązań równań $ f(x)  = m$ , $f( x ) = m$ i $ f( x )  = m$ , gdzie $f$ jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru $m$  |
| • stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności  |

## 4. TRYGNOMETRIA

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
|--|
| • stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach       |
| • wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego                                   |
| • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków |
| • podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$                       |
| • odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego                                   |
| • odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej                        |
| • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta                |

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory: <math>\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math>, <math>\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha</math><br/><math>\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha</math>, <math>\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha</math> do obliczania wartości wyrażenia</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: <math>P = \frac{1}{2}ah</math> oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku <math>a</math>: <math>P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}</math></li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozdziela czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach</li> </ul>   |

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>                                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego</li> </ul>                                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych <math>\alpha</math> i <math>90^\circ - \alpha</math></li> </ul>                   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul>                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma</math></li> </ul>                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór <math>P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma</math></li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia niektóre własności czworokątów</li> </ul>   |

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul> |
|--|

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul> |

## 5. PLANIMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami</li> </ul>                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole koła i pole wycinka koła</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu</li> </ul>                        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach</li> </ul>                |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>                                     |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje własności wielokątów foremnych</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny w prostych przypadkach</li> </ul>                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>            |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta</li> </ul>   |

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego</li> </ul>          |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań</li> </ul>             |



|   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>        |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku</li> </ul>   |

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>                                  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>                    |

## 6. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza logarytm danej liczby</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje w prostych przypadkach wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math>, gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej <math>y = f(x)</math></li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń</li> </ul>  |

|  |
|--|
| z logarytmami w prostych przypadkach   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach</li> </ul> |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math> w trudniejszych przypadkach</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej</li> </ul>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego</li> </ul>                    |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. <math>\log_2 3</math></li> </ul>  |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu</li> </ul> |